



W. Fenchel



# Werner Fenchel

3.5.1905-24.1.1988

Af Bent Fuglede

Werner Moritz Fenchel blev født i Berlin den 3. maj 1905 som søn af repræsentant Carl Fenchel og Gertrud Hirsch. Skønt han ikke voksede op i et akademisk miljø, viste han sig at være intellektuelt disponeret, og han fattede allerede som dreng stor interesse for naturvidenskab – først for kemi, hvor han læste selv og lavede eksperimenter hjemme, siden især for fysik. I gymnasieårene førte hans fordybelse i fysikken ham naturligt ind på matematiske studier, der gik langt ud over skolens pensum, for at han derved kunne få den nødvendige baggrund for forståelsen ikke mindst af relativitetsteorien. I 1923 blev han student, og nu vaklede han mellem fysik og matematik som hovedemne for sine universitetsstudier. Han blev immatrikuleret ved Berlins universitet, der var førende inden for fysik med ikke mindre end fire nobelpristagere blandt professorerne: Planck, von Laue, Nernst og Einstein. Også matematikprofessorerne talte fremtrædende navne som Erhard Schmidt, Schur, von Mises og Bieberbach.

Werner fulgte blandt andet Einsteins forelæsninger, og han har fortalt lidt om, hvorledes de begyndte. Einsteins berømmelse førte til, at auditoriet var stopfyldt ved dennes forelæsninger, men flertallet blandt tilhørerne var ikke seriøst interesserede i fysik eller tilstrækkeligt funderede heri. Einstein lagde nu ud i et voldsomt tempo og fyldte hurtigt tavlen med matematiske formler, som kun de færreste kunne følge. Efter nogle gange var deltagereskaren da også svundet ind til et mere realistisk antal, og Einstein indledte så en dag sin forelæsning med ordene: »Nå, mine herrer, nu kan vi vist begynde«. Og så startede han fra grunden.

Kravene til matematik til forståelse af Einsteins forelæsninger blev stedse større, og efterhånden besluttede Fenchel sig til at lægge hovedvægten i sine studier på matematik. Efter fem års universitetsstudier afsluttede han disse i 1928 med en doktorafhandling om lukkede rumkurver. Hovedresultatet heri var, at ved gennemløb af en lukket krum linie er den totale krumning mindst  $2\pi$ . Sagt med andre ord: Den samlede ændring i den øjeblikkelige bevægelsesretning er mindst lige så stor som ved

gennemløb af en cirkel, altså mindst  $360^\circ$ . Dette smukke resultat var velkendt i tilfælde af kurver i en plan, men for rumkurver er beviset ikke så lige til. Det vakte da også interesse blandt geometere og kom snart til at gå under navnet Fenchels sætning. Werner har fortalt, at han efter at have løst problemet holdt foredrag om sit resultat i det matematiske kollokvium, og ved afslutningen udtalte Erhard Schmidt uden videre, at det var da fint til en doktorafhandling – og derved blev det.

Generelt har Werner fortalt om, hvorledes forskningen blomstrede i Tyskland på den tid, trods de meget vanskelige økonomiske og andre ydre forhold i årene efter verdenskrigen. Når det gjaldt matematik, var Göttingen det suverænt førende sted, faktisk også på internationalt plan. Den berømteste matematiker her var Hilbert. Og efter erhvervelsen af sin doktorgrad var Fenchel så heldig allerede i samme år at få en stilling i Göttingen som assistent hos den førende funktions- og talteoretiker Edmund Landau.

Assistenternes løn var dengang yderst ringe; og dertil kom, at det var et særdeles krævende job at være assistent netop hos den dynamiske og ekstremt grundige Landau. Fenchel skulle overvære Landaus forelæsninger, og han havde instruks om straks at afbryde professoren ved enhver mangel eller forglemmelse i fremstillingen. Men forud for forelæsnings afholdelse skulle Fenchel høre kritisk på Landau, når denne hjemme holdt generalprøve – ord for ord – på sin næste forelæsnings. Dertil kom, at Landau efter tidens skik og behov førte en omfattende korrespondance, og efter forelæsnings fulgte Fenchel ham hjem for at de sammen kunne gennemgå dagens post, og her overlod Landau gerne en stor del af brevene til Fenchel med ordene: »Det kan De svare på!«

Da Fenchel havde været assistent hos Landau i et par år, syntes vist Courant – en anden af professorerne i matematik – at Fenchel fortjente en pause, og det lykkedes Courant at skaffe ham et Rockefeller-stipendium, hvilket dengang var praktisk taget den eneste mulighed for fondsstøtte. På dette stipendium rejste Fenchel i efteråret 1930 til Rom for at studere hos Levi-Civita, der havde givet fremragende bidrag til differentialgeometrien og derigennem til det matematiske grundlag for den almen relativitetsteori.

Stipendiet rakte endvidere til et ophold i København i foråret 1931. Valget af dette rejsemål må ses i lys af, at Fenchel i sin tid i Göttingen havde lært danske matematikere at kende. Harald Bohr havde skrevet flere arbejder sammen med Landau, og han kom i disse år til Göttingen på et længere besøg, hvorunder han holdt forelæsninger over sin nylig udviklede teori for næstenperiodiske funktioner, der havde skaffet ham en

fremtrædende position blandt tidens matematikere. Bohrs foredrag virkede inciterende på alle, og Fenchel blev fængslet af emnet. Også Børge Jessen tilbragte nogen tid i Göttingen i Fenchels tid som assistent, og Jakob Nielsen kom på et kortere besøg. Med hver af disse tre skulle Fenchel senere komme til at indgå i et frugtbart samarbejde, hvilket jeg skal komme ind på om lidt.

Werner har fortalt, at han nød opholdet i København, hvor han følte sig godt tilpas og mødte megen venlighed og gæstfrihed. Blandt danske kolleger, som han lærte at kende her, var Tommy Bonnesen, som i en årrække havde beskæftiget sig med teorien for konvekse legemer – et emne som også Fenchel interesserede sig for. Det blev da til, at de to begyndte at forberede en fælles monografi herom. Samarbejdet fortsatte siden per korrespondance og under gensidige besøg i København og Göttingen omkring 1932. Den færdige bog – med titlen »Theorie der konvexen Körper« – udkom hos Springer i Tyskland i 1934. Heri gøres i detaljer status over den hidtidige udvikling inden for dette område af geometrien. Bogen har haft stor betydning som grundlag for den senere forskning i emnet. Dette belyses af, at forlaget siden lod bogen genoptrykke uændret i 1948 og endnu en gang i 1974 – 40 år efter fremkomsten af første udgave.

Så kom 1933. Fenchel blev afskediget fra Göttingen. Under endnu et af sine besøg i Göttingen indbød Harald Bohr ham til at komme til København, og hertil ankom Werner i efteråret 1933 sammen med sin tilkommende – Käte, født Sperling – og de giftede sig kort efter ankomsten til København. Käte Fenchel var ligeledes matematiker, og de to havde lært hinanden at kende i Berlin, hvor de begge fulgte Schurs forelæsninger. Det har antagelig været disse, der lagde grunden til Kätes dybe og livslange interesse for gruppeteorien – et emne hvori hun senere kom til at præge udviklingen i Danmark, ikke mindst gennem dygtige elever, da hun i en årrække i 1960'erne holdt forelæsninger ved Aarhus Universitet.

Men tilbage til tiden efter 1933. Stillinger fandtes ikke; men Harald Bohr skaffede Werner nogle midler, og den kendte matematikhistoriker Otto Neugebauer, der også søgte tilflugt i København ved denne tid, formåede Springer-Verlag til at flytte redaktionen af Zentralblatt für Mathematik fra Berlin til København; og her kom Werner til at genoptage sin bistand ved udgivelsen heraf. Endvidere oversatte han Jakob Nielsens lærebog i rationel mekanik til tysk i en bearbejdet udgave for samme forlag. Endelig fik han i 1938 en deltidsansættelse som lærer ved adgangskursus på Polyteknisk Læreanstalt. Han fattede herunder stor interesse for gymnasiets matematikpensum fra undervisningssiden; et

udslag heraf er det lærebogssystem for gymnasiet som han i årene 1964-68 udgav sammen med Frans Handest, Henrik Meyer og Poul Neerup. – Både han og Käte lærte hurtigt dansk og faldt overmåde godt til i Danmark, som de nærede dyb taknemmelighed overfor. Dansk indfødsret fik de efter den tids strenge regler først i 1948.

Efter bosættelsen i København i 1933 fulgte ti frugtbare år for Fenchels forskning. Om næstenperiodiske bevægelser skrev han tre arbejder, de to første i Selskabets Matematisk-fysiske Meddelelser. Det ene af disse var skrevet sammen med Harald Bohr og omhandlede stabile næstenperiodiske bevægelser. Det andet arbejde var udført sammen med Børge Jessen, og heri vises, at enhver næstenperiodisk bevægelse i planen eller på flader af visse nærmere bestemte typer kan deformeres kontinuerligt og næstenperiodisk over i en rent periodisk bevægelse. Endelig fulgte et arbejde af Fenchel om bevægelser i et Euklidisk rum som er næstenperiodiske modulo flytninger. – Disse arbejder om næstenperiodiske bevægelser kan retrospektivt ses som forløber for teorien for dynamiske systemer.

Samarbejdet med Bonnesen førte Fenchel til nye egne bidrag til teorien for konvekse legemer, som var udviklet af de tyske matematikere Brunn og Minkowski. Det lykkedes Fenchel at videreføre Minkowski's uligheder om de såkaldte blandede volumener og derved løse et problem, der længe havde stået åbent. Og i 1938 kom et betydningsfuldt arbejde sammen med Børge Jessen om mængdefunktioner og konvekse legemer, ligeledes i Matematisk-fysiske Meddelelser. Brunn-Minkowski's teori havde hidtil alene været udviklet i to ydertilfælde, nemlig dels polyedrene, der jo er figurer hvis overflade består af plane polygoner som mødes langs kanter, og dels de legemer hvis overflade helt igennem er afrundet. Det lykkedes nu Fenchel og Jessen – uafhængigt af og omtrent samtidigt med den sovjetiske matematiker A. D. Aleksandrov – at skabe en tilsvarende teori for generelle konvekse legemer. Dette arbejde gav siden impuls til nye bidrag til emnet fra andre forfattere, i Danmark fra Christian Berg tre årtier senere. – Af andre emner, som Fenchel skrev om i disse år, må nævnes hans gamle hovedinteresse differentialgeometri og geometri i øvrigt, samt topologi og gruppeteori.

Så kom 2. verdenskrig, og i 1943 måtte Werner og Käte forlade deres andet fædreland og søge tilflugt i Sverige, hvortil også sønnen Tom – som er iblandt os i dag – blev ført; han var da ganske lille. I Lund skaffede kollegaen Marcel Riesz både Werner og Käte lidt lønnet arbejde ved universitetet, og desuden gav de begge undervisning ved det danske gymnasium i Lund.

Efter krigens afslutning vendte familien Fenchel hjem til Danmark, og Werner genindtrådte i det lektorat i matematik ved Københavns Universitet, som han havde modtaget i 1942. I 1947 fik han sin første fuldtidsstilling – det var som docent ved Polyteknisk Lærestanstalt. Og da Jakob Nielsen ved Harald Bohrs død i 1951 efterfulgte denne ved universitetet, overtog Fenchel stillingen som professor i rationel mekanik ved Danmarks tekniske Højskole. Endelig efterfulgte han i 1956 Niels Erik Nørlund som professor i matematik ved universitetet. – Fenchel blev indvalgt i vort Selskab i 1946. Han var endvidere medlem af Kungl. fysiografiska sällskapet i Lund og af Bayrische Akademie der Wissenschaften.

Perioden fra slutningen af 2. verdenskrig indtil udløbet af 50'erne blev endnu en frugtbar tid for Fenchels videnskabelige virke. I 1950-51 var han sammen med Käte og Tom på rejse i USA – med længere ophold først ved University of Southern California i Los Angeles hos sin nære ven Herbert Busemann, derpå ved Stanford University, og til sidst i Princeton, hvor Werner var Member of the Institute for Advanced Study og senere gæstprofessor ved Princeton University.

I et kort arbejde fra 1949 havde Fenchel afstukket linierne for, hvad der senere førte til en vidtrækkende udvikling inden for konveksitetsteori, idet han i denne artikel indførte begrebet konjugerede konvekse funktioner og udledte de grundlæggende egenskaber ved dette dualitetsbegreb. Emnet indgik naturligt i Fenchels forelæsninger over konveksitet ved universitetet i Princeton, og der blev udarbejdet et sæt dupliserede forelæsningsnoter herover. Disse burde givetvis have været publiceret rigtigt; men eksemplarer deraf begyndte snart at cirkulere videnom, og de kom til at præge udviklingen i forskningen inden for konveksitet. – Hjemvendt til Danmark synes Fenchel for det meste at have ladet dualitetsteorien hvile, og hans øvrige publikationer fra 50'erne omhandler dels andre sider af konveksitetsteori og dels geometriske og topologiske emner, hvorom mere senere.

I lys af udviklingen i teorien for topologiske vektorrum stod det imidlertid Fenchel klart, at det ville være naturligt at søge at generalisere hans teori for konjugerede konvekse funktioner fra det sædvanlige Euklidiske rum til de nævnte, meget generelle rum med deraf følgende bredere anvendelighed. Han opfordrede en af sine dygtige elever, Arne Brøndsted, til at undersøge denne mulighed nærmere; og i et større arbejde i Matematisk-fysiske Meddelelser fra 1964 lykkedes det Brøndsted at gennemføre dette projekt.

Få år senere fremkom en omfattende og banebrydende monografi af

den amerikanske matematiker Rockafellar, som anvendte dualitetsteorien til at udbygge en teori for konveks optimering baseret på ideer af Kuhn og Tucker. Denne side af matematisk optimering er kommet til at indgå på væsentlig måde i matematisk økonomi. Rockafellar havde forinden tilbragt et år i København for at have nær kontakt med Fenchel, og hans bog er tilegnet denne. Rockafellar fremhæver i forordet den store indflydelse, som Fenchels forelæsningsnoter fra Princeton fik på hans egen måde at anskue konveksitetsteorien på, og han skriver: »It is highly fitting, therefore, that this book be dedicated to Fenchel as honorary coauthor«.

Fra omkring 1960 gjorde Fenchel – som også andre universitetslærere – en stor indsats for at forny og modernisere undervisningsmaterialet, til dels under indtryk af den kraftige udvikling i den internationale forskning efter 2. verdenskrig. Samtidig begyndte den voldsomme vækst i studentertallet, og i 1964/65 blev det Fenchels tur at være dekan for det matematisk-naturvidenskabelige fakultet. Endvidere nedlagde han et meget stort arbejde ved redaktionen af tidsskriftet *Mathematica Scandinavica* fra dets start i 1953 og frem til 1972. Da Werner sidenhen fyldte 70, blev et bind af tidsskriftet tilegnet ham, med bidrag fra fremtrædende fagfæller rundt om i verden. – Et vigtigt indslag i Fenchels videnskabelige virke i 1960'erne var, da det lykkedes ham fra NATO at rejse midler til organisering af et stort internationalt kollokvium over konveksitetsteori, som blev afholdt i København i 1965.

Jeg skal nu omtale Fenchels anden hovedindsats ved siden af konveksitetsteorien. Igennem mange år – både før og efter sin tilbagetræden som professor i 1974 – arbejdede han på et større værk omhandlende teorien for de såkaldte diskontinuerte grupper af flytninger i den ikke-euklidiske plan. Dette projekt var udsprunget af Jakob Niensens omfattende og dybtgående undersøgelser over gruppeteori og lukkede fladers topologi, som var begyndt i tyverne og da var forud for deres tid.

Et par forklarende bemærkninger om ikke-euklidisk geometri kan måske være på sin plads her. I sine berømte *Elementer* havde Euklid opstillet et antal grundforudsætninger, eller aksiomer, angående geometriske objekter i en plan – punkter, linier, etc. Det femte aksiom i Euklids første bog går under navnet parallelaksiomet, og det udsiger, at der gennem et punkt uden for en linie går netop én linie parallel med den givne linie, d.v.s. uden punkter fælles med denne. Gennem mere end to tusind år havde fremtrædende matematikere – fra Ptolemæus i oldtiden til Legende omkring 1800 – forgæves forsøgt at deducere parallelaksiomet ud fra



de øvrige aksiomer, hvis uundværlighed ved opbygningen af geometrien var mere oplagt. Gauss synes at være den første der dannede sig den opfattelse, at parallelaksiomet er uafhængigt af de øvrige aksiomer og således ikke kan afledes af disse. Men først med den russiske matematiker Lobatschevskij og ungarenen Bolyai skete der omkring 1830 et afgørende fremskridt. Uafhængigt af hinanden og næsten samtidigt studerede de to eksistensen af en ny slags plangeometri, hvori alle Euklids aksiomer er opfyldt på nær parallelaksiomet, som ikke gælder i denne nye geometri, idet der tværtimod gennem ethvert punkt uden for en linie går uendelig mange linier, der ikke skærer den givne linie. Fuld klarhed over eksistensen af denne ikke-euklidiske geometri kom dog først nogle årtier senere, da det lykkedes andre matematikere at konstruere konkrete modeller deraf; og dermed var gåden omkring parallelaksiomet fuldstændig løst.

Ligesom man i Euklids geometri taler om afstanden mellem to punkter, har man også i den ikke-euklidiske geometri et afstandsbegreb, og det har derfor mening at tale om ikke-euklidiske flytninger. Ved en sådan forstås en transformation eller afbildning af den ikke-euklidiske plan på sig selv, hvorved den ikke-euklidiske afstand mellem punkter bevares. Udføres to sådanne ikke-euklidiske flytninger efter hinanden, bliver resultatet, eller produktet, en tredje flytning; og til enhver flytning svarer en tilbageflytning – den inverse flytning. Således udgør samtlige ikke-euklidiske flytninger, hvad der i matematikken kaldes en gruppe. Og det var nu en særlig type af undergrupper af denne gruppe som Jakob Nielsen og Werner Fenchel studerede – de såkaldte diskontinuerte grupper af ikke-euklidiske flytninger, d.v.s. grupper hvori de indgående flytninger er isolerede fra hverandre i stedet for at variere kontinuert.

Efter 2. verdenskrig begyndte Nielsen og Fenchel sammen at arbejde med sådanne diskontinuerte flytningsgrupper. De publicerede et fælles arbejde herom i 1948, og Fenchel skrev kort efter yderligere to artikler om emnet. Det viste sig imidlertid efterhånden, at arbejdet med udviklingen af teorien i dens fulde generalitet og en samlet fremstilling heraf fra grunden blev langt mere omfattende end forudset. Efter Jakob Niensens død i 1959 fortsatte Fenchel alene med dette store projekt, der allerede havde påkaldt sig interesse rundt om i verden, efter at foreløbige skitser til manuskriptet var begyndt at cirkulere i få eksemplarer. I perioder fik Fenchel hjælp til projektet fra interesserede yngre medarbejdere med beslægtede interessefelter, således Troels Jørgensen og Asmus Schmidt fra Københavns Universitet og Siebeneicher fra universitetet i Bielefeld, og det lykkedes Fenchel i sine sidste år at få manuskriptet færdiggjort i alt

væsentligt, således at det ved yderligere hjælp navnlig fra Siebeneicher vil kunne publiceres i nær fremtid.

I forbindelse med Jakob Nielsen skal det også nævnes, at Fenchel bistod som faglig rådgiver ved udgivelsen af Nielsens samlede værker – og det var ham en stor glæde at kunne forelægge det færdige to-bindes værk under redaktion af Vagn Lundsgaard Hansen ved et møde i Selskabet i 1987.

Under arbejdet med det store projekt om grupper af flytninger i den ikke-euklidiske plan blev det klart for Fenchel, at der var behov for en særskilt fremstilling af selve den ikke-euklidiske geometri fra grunden, til dels ud fra nye synspunkter, og det lykkedes Werner at færdiggøre manuskriptet til en bog om ikke-euklidisk rumgeometri i 1986. Kort før sin død den 24. januar 1988 havde han fra vort udenlandske medlem Heinz Bauer modtaget underretning om, at denne monografi ville udkomme på et kendt tysk forlag. Bogen er nu udkommet.

Af tillidsposter foruden hvervet som medredaktør af *Mathematica Scandinavica* skal her nævnes, at Fenchel i en årrække var sekretær for Dansk Matematisk Forening, og han var formand 1958-62. Han blev senere æresmedlem af foreningen. Fenchel var sekretær for Den danske nationalkomité for Matematik fra 1960 og indtil Nørlund trak sig tilbage som præsident for komiteen i 1978. Før sin fratræden som sekretær tog Fenchel initiativet til en reorganisering af nationalkomiteen, som igennem ekspansionsperioden siden 60'erne var blevet for stor og alligevel i forskellige henseender mindre repræsentativ, f.eks. med hensyn til nærtstående fag som matematisk fysik, statistik og datalogi. – Et vigtigt bidrag til det videnskabelige miljø ved det matematiske institut var hans initiativ omkring 1962 til oprettelsen af det ugentlige kollokvium, som regel med en foredragsholder udefra.

Fenchels ungdomsinteresse for teoretisk fysik beholdt stedse en plads i hans hjerte. Han hørte i sine lidt yngre år ofte på foredrag i fysik og havde en del kontakt med fysikere; og han har igennem en årrække betydet ganske meget som formidler af matematiske resultater til gavn og glæde også for fysikere. På lignende måde har Fenchels kolleger på Danmarks Tekniske Højskole i ingeniørfag som aero- og hydrodynamik draget nytte af hans dybe kendskab til disse fags matematiske grundlag.

Werner Fenchels indsats afspejler den store bredde i hans interesseområder inden for matematikken. Hans publicerede arbejder præges af præcision og gennemførthed i fremstillingen og hans evne til at give en fuldstændig og definitiv bevisførelse, der samtidig er enkelt og anskueligt

beskrevet, og således at de væsentlige aspekter træder klart frem. Prisen var, at alt, hvad han gav fra sig, var skrevet om og om igen, før han følte sig tilfreds. De nævnte kvaliteter i hans fremstillingsevne bidrog til, at han blev en skattet foredragsholder og en glimrende universitetslærer. Han har både som videnskabsmand og som lærer betydet overordentlig meget for dansk matematik. – Werner var vital og havde humor, og han var hjælpsom, ja ofte generøs. Han var oprigtigt beskedent, og han havde en venlig omgang med alle. Bag hans utvungne optræden var der måske en vis skyhed i hans væsen.

I kraft af den store betydning, Fenchels videnskabelige indsats havde fået, var hans navn kendt viden om i verden, og dette bidrog meget til, at så mange udenlandske matematikere har besøgt Danmark gennem årene; og de mødte stor gæstfrihed, også privat, hos Käte og Werner Fenchel. Kätes død i 1983 var et smerteligt tab for Werner; hun betød så meget for ham. Men han fortsatte med sit videnskabelige arbejde, blev boende i huset i Søborg, og var lige til det sidste en trofast deltager i vort Selskabs møder.

Vi vil mindes ham i taknemmelighed.